

Ασκήσεις Στατιστικής (ανάλυση μεταβλητότητας)

| | |
|---|--|
| 1 | <p>Αναφερόμαστε στη διάλεξη της 2ας Δεκ. 2014.</p> <p>Αποδείξτε με κάθε λεπτομέρεια την ταυτότητα του Θεωρήματος 1. Πρέπει απλά να κάνετε τις πράξεις σας με οργανωμένο τρόπο για να αποδείξετε ότι η ταυτότητα αυτή ισχύει όποιες και να είναι οι τιμές X_i.</p> |
| 2 | <p>Αποδείξτε τον τύπο</p> $\mathbb{E} \left[(Y - a)^2 \right] = \sigma^2(Y) + (a - \mathbb{E}[Y])^2$ <p>για κάθε ΤΜ που έχει δεύτερη ροπή και για κάθε πραγματικό a. Χρησιμοποιώντας αυτή την ταυτότητα δείξτε (αναφερόμενοι στο συμβολισμό των σημειώσεών σας) την ανισότητα</p> $\mathbb{E} \left[\frac{SS(Tr)}{k - 1} \right] \geq \sigma^2$ |
| 3 | Αποδείξτε ότι ο συνολικός μέσος \bar{X} είναι και μέσος των ποσοτήτων $\bar{X}_{i,\dots}$. |
| 4 | <p>The chi-square distribution with n degrees of freedom has probability density function</p> $f(x) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2}, \quad 0 < x < \infty$ <p>Δείξτε ότι η κατανομή χ^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας είναι η εκθετική κατανομή με παράμετρο 1/2.</p> |
| 5 | <p>Δείξτε ότι η ροπογεννήτρια συνάρτηση της χ^2 με n βαθμούς ελευθερίας είναι η</p> $\mathbb{E}(e^{tX}) = \frac{1}{(1 - 2t)^{n/2}}, \quad t < \frac{1}{2}$ |
| 6 | <p>14. Suppose that a missile is fired at a target at the origin of a plane coordinate system, with units in meters. The missile lands at (X, Y) where X and Y are independent and each has the normal distribution with mean 0 and variance 100. The missile will destroy the target if it lands within 20 meters of the target. Find the probability of this event.</p> |
| 7 | <p>If $X \sim \chi_{30}^2$, find the following:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. $P(13.79 < X < 16.79)$. b. Constants a and b such that $P(a < X < b) = 0.95$ and $P(X < a) = 0.025$. c. The mean and variance of X. |

8

If the moment-generating function of X is $M_X(t) = (1 - 2t)^{-60}$, find:

- a. $E(X)$.
- b. $Var(X)$.
- c. $P(83.85 < X < 163.64)$.