

## Ασκήσεις Στατιστικής (έλεγχος υποθέσεων)

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | <p><b>Problem</b>—The packaging on a lightbulb states that the bulb will last 500 hours under normal use. A consumer advocate would like to know if the mean lifetime of a bulb is less than 500 hours (a claim regarding the population mean). A random sample of <math>n=49</math> lightbulbs is burned to determine how long a lightbulb lasts. Assume we know the population standard deviation is <math>\sigma = 42</math>.</p> <p style="text-align: center;"><math>H_0: \mu = 500</math> hours                      versus                      <math>H_1: \mu &lt; 500</math> hours</p> <p style="text-align: right;">(α) Για δειγματικό μέσο ίσο με 494<br/>(β) Για δειγματικό μέσο ίσο με 476</p> <p>Αποφασίστε αν πρέπει ή όχι να απορρίψετε τη μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας 95% αφού πρώτα υπολογίσετε την P-τιμή (p-value) σε κάθε περίπτωση. Εννοείται ότι έχουμε κανονικό πληθυσμό.</p> |
| 2 | <p>Λύστε την προηγούμενη άσκηση με τα ίδια νούμερα ακριβώς εκτός από την τυπική απόκλιση που τώρα δε θεωρούμε ότι τη γνωρίζουμε εκ των προτέρων αλλά υποθέτουμε ότι η δειγματική τυπική απόκλιση, <math>s</math>, ισούται με 42.</p> <p>Χρησιμοποιείτε την κατανομή <math>t</math>, και όχι την τιμή 42 ως εκτίμηση του πραγματικού <math>\sigma</math> (όπως δικαιούμαστε να κάνουμε αν το δείγμα είναι πολύ μεγάλο).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 3 | <p><b>1</b> A company that packages peanuts states that at a maximum 6% of the peanut shells contain no nuts. At random, 300 peanuts were selected and 21 of them were empty.</p> <p style="text-align: center;"><b>1.</b> With a significance level of 1%, can the statement made by the company be accepted?</p> <p style="text-align: center;"><b>2.</b> With the same sample percentage of empty nuts and <math>1 - \alpha = 0.95</math>, what sample size would be needed to estimate the proportion of nuts with an error of less than 1%?</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 4 | <p>Suppose that you interview <b>1000</b> exiting voters about who they voted for governor. Of the <b>1000</b> voters, <b>550</b> reported that they voted for the democratic candidate. Is there sufficient evidence to suggest that the democratic candidate will win the election at the <b>.01</b> level?</p> <p style="text-align: center;"><math>H_0: p = .5</math></p> <p style="text-align: center;"><math>H_1: p &gt; .5</math></p> <p>Η μηδενική υπόθεση είναι ότι το <math>p</math>=πραγματικό ποσοστό αυτών που θα ψηφίσουν τον δημοκρατικό υποψήφιο είναι 0.5 (άρα δεν εκλέγεται) ενώ η εναλλακτική υπόθεση είναι ότι το ποσοστό του είναι <math>&gt;0.5</math> (άρα εκλέγεται).</p> <p>Εδώ πρέπει να χρησιμοποιήσετε κατάλληλα την κανονική προσέγγιση στη διωνυμική κατανομή. Διαβάστε ξανά το πώς αυτό γίνεται στην παρ. 12.4 των <a href="#">σημειώσεων που βρίσκονται εδώ</a>.</p>                 |

5

Suppose the manufacturer claims that the mean lifetime of a light bulb is more than 10,000 hours. Assume actual mean light bulb lifetime is 9,950 hours and the population standard deviation is 120 hours. At .05 significance level, what is the probability of having type II error for a sample size of 30 light bulb?

Εδώ μας δίδεται και ο πραγματικός μέσος (9950) και η τυπική απόκλιση του πληθυσμού (120). Η μηδενική υπόθεση είναι ο ισχυρισμός του κατασκευαστή ότι ο μέσος είναι 10000. Όταν αυτή η μηδενική υπόθεση ελέγχεται με το γνωστό μας τρόπο σε επίπεδο σημαντικότητας 95% ( $\alpha=0.05$ ) και με εναλλακτική υπόθεση ότι ο μέσος είναι  $<10000$ , τότε ανάλογα με το δειγματικό μέσο που θα βρούμε θα διατηρήσουμε είτε θα απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση. Υπάρχει λοιπόν μια τιμή  $M$  τέτοια ώστε αν ο δειγματικός μέσος που θα βρούμε είναι  $<M$  τότε απορρίπτουμε αλλιώς όχι.

Για να κάνουμε σφάλμα τύπου II θα πρέπει να μην απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση (δηλ. θα πρέπει ο δειγματικός μέσος να βγει  $>M$ ) η οποία γνωρίζουμε ότι δεν ισχύει από την εκφώνηση του προβλήματος. Η πιθανότητα  $\beta$  λοιπόν να κάνουμε σφάλμα τύπου II είναι ο δειγματικός μας μέσος να βγει  $> M$ . Αυτή πρέπει να υπολογίσετε αφού πρώτα βρείτε το  $M$  (από τον έλεγχο για σφάλμα τύπου I).